

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ**

Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

## **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика  
Направленность (профиль) Прикладная информатика в гуманитарной сфере

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2022

## ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Рабочая программа дисциплины

Составитель(и):

кандидат физ.-мат. наук, доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики *Синицын В.Ю.*,

доктор физ.-мат. наук, проф. *Пресман Э.Л.*,

доктор физ.-мат. наук, проф., профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики *Максимов В.М.*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№ 10 от 05.04.22

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

1. Пояснительная записка .....	4
1.1. Цель и задачи дисциплины .....	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций .....	4
3. Содержание дисциплины .....	5
4. Образовательные технологии .....	7
5. Оценка планируемых результатов обучения .....	8
5.1. Система оценивания .....	8
5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине .....	9
5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	10
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	16
6.1. Список источников и литературы .....	16
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» .....	16
6.3. Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы .....	17
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	17
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов .....	17
9. Методические материалы .....	19
9.1. Планы практических занятий .....	19
Приложение 1 Аннотация .....	25

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* формирование базовых представлений о теории вероятностей и математической статистике под углом зрения их практического приложения в различных областях научных исследований и инженерной практики.

*Задачи дисциплины:* на примере комбинаторной теории вероятностей перейти к общим понятиям теории вероятностей и математической статистики, сформулировать основные теоремы, необходимые для понимания смежных дисциплин и практической деятельности.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 - Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знать: случайные события и случайные величины, законы распределения; закон больших чисел, методы статистического анализа
	ОПК-1.2 - Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Уметь: вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функции распределения случайных величин, определять числовые характеристики случайных величин; обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез
	ОПК-1.3 - Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Владеть: вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных и статистических задач
ОПК-6 - способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	ОПК-6.1 - Знает основы экономической теории, системного анализа, математического моделирования	Знать: случайные события и случайные величины, законы распределения; закон больших чисел, методы статистического анализа
	ОПК-6.2 - Умеет применять методы системного анализа, математического моделирования для анализа и разработки организационно-технических и экономических процессов	Уметь: вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функции распределения случайных величин, определять числовые характеристики случайных величин; обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез
	ОПК-6.3 - Владеет навыками анализа и разработки организационно-технических и экономических процессов с применением методов	Владеть: вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных и статистических

	системного анализа и математического моделирования	задач
--	--	-------

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана, изучается в **4 семестре**.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Дискретная математика и математическая логика», «Программирование», «Автоматизация вычислений в задачах информатизации гуманитарной сферы», «Введение в профессию», «Современные информационно-коммуникационные технологии», «Экономика», «Иностранный язык».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Методы анализа социально-экономических процессов», «Моделирование и оптимизация в задачах информатизации гуманитарной сферы», «Системный анализ и принятие решений в задачах информатизации гуманитарной сферы», «Технологии Big Data в гуманитарной сфере», «Интеллектуальные информационные системы в гуманитарной сфере», «Системы комплексной безопасности организаций гуманитарной сферы», «Применение нейронных сетей в гуманитарной сфере».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 академических часов.

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
4	Лекции	20
4	Практические работы	22
Всего:		42

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 66 академических часа.

## 3. Содержание дисциплины

### Тема 1. Аксиоматика теории вероятностей на конечном множестве.

Исторический обзор. Место теории вероятностей в естественных науках. Примеры простейших случайных событий. “Урна”, как прибор получения случайных событий. Статистическое определение вероятности. Понятие пространства элементарных событий на конечном множестве. Алгебра событий. Вероятность. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Вычисление вероятностей событий с помощью комбинаторики. Понятие условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Применения формулы полной вероятности.

Последовательность независимых испытаний, как выборка из “урны”. Представление об элементарных событиях на примере счётного подбрасывания монеты.

## **Тема 2. Понятие случайных величин и их характеристик.**

Определение и примеры простейших случайных величин. Таблица распределения и функция распределения случайной величины. Понятие плотности распределения. Операции над случайными величинами (сложение, умножение и более общие функции от случайных величин). Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Дисперсия случайной величины и её свойство. Понятие о моментах случайных величин. Неравенства Чебышёва. Понятие независимости случайных величин. Дисперсия линейной комбинации независимых случайных величин. Закон больших чисел для схемы Бернулли.

## **Тема 3. Основные типы распределений случайных величин.**

Важные классы дискретных распределений. Биномиальный закон распределения. Закон распределения Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. Характеристики этих распределений и их свойства. Важные классы непрерывных распределений. Равномерное, показательное и нормальное распределения и их характеристики и свойства. Распределения некоторых случайных величин, представляющих собой функции нормальных величин (распределения Фишера, хи-квадрат, Стьюдента).

## **Тема 4. Закон больших чисел и предельные теоремы.**

Определение последовательности, удовлетворяющей закону больших чисел (Теорема Маркова). Предельная теорема Пуассона для схемы Бернулли. Понятие о локальной и интегральной предельных теоремах Муавра-Лапласа и центральной предельной теореме.

## **Тема 5. Оценки параметров распределений.**

Вариационные ряды и эмпирическая функция распределения. Точечные оценки параметров. Оценки математического ожидания, дисперсии и их свойства. Метод максимального правдоподобия. Интервальные оценки.

## **Тема 6. Метод наименьших квадратов.**

Описание принципа метода наименьших квадратов. Применение к задачам линейной регрессии, нелинейной регрессии и задачам дисперсионного анализа.

## **Тема 7. Основные понятия проверки статистических гипотез.**

Постановка задачи проверки гипотез. Сравнение двух распределений (понятие уровня статистической значимости, критической области и области принятия гипотезы). Проверка простой статистической гипотезы о параметре в схеме Бернулли. Критерии Фишера, хи-квадрат и Стьюдента.

## **Тема 8. Библиотеки прикладных программ решения вероятностных и статистических задач.**

Общие сведения о среде статистических вычислений и языке программирования R. Моделирование вероятностного эксперимента. Генерирование псевдослучайных чисел. Комбинаторика. Вычисление вероятностей случайных событий: классический, геометрический и статистический подход. Использование встроенных функций основных законов распределения для решения вероятностных задач. Нахождение выборочных характеристик. Точечное и интервальное оценивание параметров распределений. Проверка статис-

тических гипотез. Построение и исследование статистических моделей. Корреляционный, регрессионный и дисперсионный анализ. Применение метода наименьших квадратов.

#### 4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Аксиоматика теории вероятностей на конечном множестве	Лекция 1  Практическое занятие 1  Самостоятельная работа	Вводная лекция с использованием видеоматериалов и ресурсов сети Интернет  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
2	Понятие случайных величин и их характеристик	Лекция 2  Практическое занятие 2  Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
3	Основные типы распределений случайных величин	Лекция 3  Практическое занятие 3  Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
4	Закон больших чисел и предельные теоремы	Лекция 4  Практическое занятие 4  Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
5	Оценки параметров распределений	Лекция 5  Практическое занятие 5  Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
6	Метод наименьших квадратов	Лекция 6  Практическое занятие 6  Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач

	Основные понятия проверки статистических гипотез	Лекции 7-8 Практические занятия 7-8 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
7	Работа с библиотеками прикладных программ решения вероятностных и статистических задач	Лекции 9-10 Практические занятия 9-11 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - опрос - отчет по выполнению внеаудиторных заданий - тестирование - контрольная работа	2 балла 5 баллов 5 баллов 10 баллов	10 баллов 15 баллов 15 баллов 20 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен): - ответы на вопросы билета - итоговая контрольная работа	10 баллов 20 баллов	20 баллов 20 баллов
<b>Итого за семестр (дисциплину)</b>		<b>100 баллов</b>

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D



50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A, B	«отлично»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D, E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F, FX	«неудовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

### 5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Текущий контроль

##### Примерные задания для тестирования № 1:

**Вопрос 1.** Пусть  $A$  и  $B$  – некоторые случайные события. Выяснить, когда верно следующее утверждение о вероятностях  ~~$PAB \leq PA$~~ .

**Ответы:**

- 1) всегда;            2) иногда;            3) никогда.

**Вопрос 2.** Из урны, содержащей 4 белых, 15 красных и 14 черных шаров, наудачу вынули один шар. Найти вероятность того, что он красный.

**Ответы:**

- 1)  $\frac{1}{33}$ ;            2)  $\frac{15}{18}$ ;            3)  $\frac{1}{2}$ ;            4)  $\frac{5}{11}$ .

**Вопрос 3.** Партия состоит из 3 изделий первого сорта и 4 изделий второго сорта. Наудачу выбрали два изделия. Найти вероятность того, что они оба первого сорта.

**Ответы:**

- 1)  $\frac{2}{7}$ ;            2)  $\frac{2}{3}$ ;            3)  $\frac{1}{7}$ ;            4)  $\frac{5}{11}$ .

**Вопрос 4.** Семь раз подбросили монету. Найти вероятность того, что «герб» выпал 2 раза. Вероятности падения монеты на любую из двух сторон при одном подбрасывании считать одинаковыми.

**Ответы:**

- 1)  $\frac{1}{2}$ ;      2)  $\frac{21}{128}$ ;      3)  $\frac{3}{8}$ ;      4)  $\frac{5}{11}$ .

**Вопрос 5.** Бросили игральную кость с шестью одинаковыми гранями. Найти вероятность того, что выпало нечетное число очков, если известно, что число выпавших очков больше 1.

**Ответы:**

- 1) 0.4;      2) 1;      3)  $\frac{1}{3}$ ;      4) 0.5;      5) 0;      6)  $\frac{2}{3}$ .

**Вопрос 6.** Известны дисперсии независимых случайных величин  $X$  и  $Y$   $D(X) = 0.1$  и  $D(Y) = 2$ . Найти дисперсию случайной величины  $Z = 10X - 3Y$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_.

**Вопрос 7.** Задан закон распределения дискретной случайной величины  $X$

$x_i$	-2	0	1	5
$p_i$	0.3	0.2	0.4	0.1

Найти ее математическое ожидание.

**Ответы:**

- 1) 1.6;      2) 0.3;      3) -1;      4) 3.7.

**Вопрос 8.** Задан закон распределения дискретной случайной величины  $Y$

$y_k$	-1	0	1
$p_k$	0.3	0.3	0.4

Найти ее дисперсию.

**Ответы:**

- 1) 0.69;      2) 2.5;      3) -1.4;      4) 3.71.

**Вопрос 9.** Законы распределения независимых случайных величин  $X$  и  $Y$  имеют вид:

$x_i$	-2	0	1	5
$p_i$	0.3	0.2	0.4	0.1

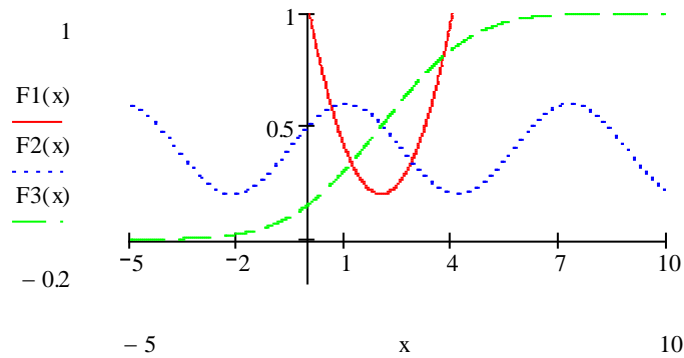
$y_k$	-1	0	1
$p_k$	0.3	0.3	0.4

Найти вероятность того, что их сумма принимает значение равное 1.

**Ответы:**

- 1) 0.2;      2) 0.5;      3) 0.4;      4) 1.

**Вопрос 10.** Какие из трех функций, графики которых приведены на рисунке, не являются функциями распределения случайных величин?

**Ответы:**

1)  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ ; 2)  $F_1(x)$  и  $F_3(x)$ ; 3)  $F_2(x)$  и  $F_3(x)$ ; 4)  $F_1(x)$ ,  $F_2(x)$  и  $F_3(x)$ .

**Примерные задания для тестирования № 2:**

1. В среднем по 7% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Используя формулу Бернулли, найти с точностью до 0.001 вероятность того, что из десяти договоров будет связано с выплатой страховой суммы менее трёх договоров.
2. Используя теорему Муавра-Лапласа, найти с точностью до 0.01 вероятность того, что относительная частота рождения мальчиков для тысячи новорождённых отличается от "истинной" вероятности рождения мальчика, которая равна 0.517, менее чем на 0.03.
3. Случайная величина распределена по закону Пуассона с параметром  $\lambda=5$ . Найти с точностью до 0.01 среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.
4. Случайная величина имеет показательный закон распределения. Известно, что её математическое ожидание равно 4. Найти с точностью до 0.01 вероятность того, что эта случайная величина принимает значение на отрезке  $[2; 5]$ .
5. Случайная величина имеет нормальный закон распределения. Известно, что её математическое ожидание равно 3, а среднее квадратическое отклонение равно 2. Найти с точностью до 0.01 квантиль уровня 0.95 этой случайной величины.
6. Электростанция обслуживает сеть 1800 электроламп, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0.9. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число ламп, включенных в сеть вечером, отличается от своего математического ожидания не более чем на 30 (по абсолютной величине). Найти вероятность того же события, используя интегральную теорему Муавра-Лапласа.
7. В среднем 8% работоспособного населения некоторого региона — безработные. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей города будет в пределах от 7 до 9%.
8. Опыт страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый двадцатый договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0.95 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0.05 не более чем на 0.01 (по абсолютной величине). Уточнить ответ с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
9. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 80% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью, не меньшей 0.9, ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от математического ожидания не превышало 50 (по абсолютной величине)?
10. Известно, что в среднем система искусственного интеллекта неверно распознаёт 6% символов, которые подаются на её вход. Используя теорему Пуассона или теоремы

Муавра-Лапласа, найти с точностью до 0.01 вероятность того, что из тысячи входных символов неверно будет распознано более 75 символов.

**Примерные задания для тестирования № 3:**

1. По данной выборке найти доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности с надежностью 0.99.
2. По данной выборке найти доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли с надежностью 0.99.
3. По данной выборке найти доверительный интервал для параметра распределения Пуассона с надежностью 0.99.
4. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Пирсона с надежностью 0.99.
5. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Кендалла с надежностью 0.99.
6. Сгенерировать выборку из 300 случайных чисел, имеющих биномиальный закон распределения с параметрами  $size=700$ ,  $prob=0.04$ . С помощью критерия Колмогорова-Смирнова проверить статистическую гипотезу о том, что закон распределения генеральной совокупности не отличается от нормального закона распределения. В ответе задачи указать значение  $p$ -value с точностью до 0.001.
7. Сгенерировать две выборки: одну выборку из 100 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами  $mean=16$ ,  $sd=5$ , другую выборку из 200 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами  $mean=27$ ,  $sd=6$ . С помощью критерия Фишера проверить статистическую гипотезу о том, что отношение дисперсий двух случайных величин равно 1. В ответе задачи указать значение  $p$ -value с точностью до 0.001.
8. Сгенерировать две выборки: одну выборку из 100 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами  $mean=26$ ,  $sd=5$ , другую выборку из 200 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами  $mean=27$ ,  $sd=6$ . С помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о том, что математические ожидания генеральных совокупностей равны. В ответе задачи указать значение  $p$ -value с точностью до 0.001.
9. Среди случайно взятых 10000 новорождённых оказалось 5162 мальчика. С помощью теста пропорций проверить статистическую гипотезу о том, что вероятность рождения мальчика равна 0.5. В ответе задачи указать значение  $p$ -value с точностью до 0.001.
10. По данной выборке с помощью хи-квадрат критерия Пирсона проверить статистическую гипотезу о том, что две номинативные переменные независимы. В ответе задачи указать значение  $p$ -value с точностью до 0.001.

**Примерные задания для контрольной работы №1:**

1. Номер машины состоит из 7 знаков: первые три – буквы, затем четыре цифры. Сколько всего существует разных номеров, если алфавит содержит 32 буквы?
2. Студент знает 14 вопросов из 20. В билете содержится 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент ответит хотя бы на один из них.
3. Экзамен у студента состоит из двух туров. В первом туре (письменная работа) ему предлагается решить 5 задач из 30. Студент в состоянии решить 25 задач из 30 и, если он решает хотя бы 3 задачи, то допускается ко второму туру (устное собеседование). Вероятность пройти второй тур для студента составляет 0,8. Чему равна вероятность успешного прохождения студентом обоих туров?

4. Летчик катапультируется в местности, 60% которой занимают леса. Вероятность благополучного приземления в лесу равна 0,3, а в безлесной местности – 0,9. Какова вероятность благополучного приземления?
5. Вероятность того, что новый товар будет пользоваться спросом на рынке, если конкурент не выпустит аналогичный продукт, равна 0,75, а при наличии конкурирующего товара равна 0,25. Вероятность выпуска конкурентом товара равна 0,35. Найти вероятность того, что товар будет иметь успех.
6. В данный район изделия поставляются двумя фирмами в соотношении 5:8. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%. Взятое наугад изделие оказалось стандартным. Найти вероятность того, что оно изготовлено первой фирмой.

**Примерные задания для контрольной работы №2:**

1. В ходе аудиторской проверки компании аудитор случайным образом отбирает 5 счетов. Найти вероятность того, что он обнаружит ровно 1 счет с ошибкой, если ошибки содержат в среднем 3% счетов.
2. В банк прибыло 1000 пятитысячных купюр.. Какова вероятность того, что среди них окажется 5 фальшивых, если 0,1 % купюр фальшивые. Выписать точную формулу и найти приближенное значение используя пуассоновское приближение.
3. В данном регионе кандидата в парламент поддерживает 60% населения. При опросе общественного мнения было выбрано 1000 человек. С какой вероятностью можно утверждать, что в этой выборке доля избирателей, поддерживающих кандидата, отличается от истинной доли не более чем на 0,02?
4. Случайная величина  $X$  имеет плотность  $p(x) = c(x^2 - 3x + 3)$  при  $-1 \leq x \leq 1$  и  $p(x) = 0$  для остальных значений  $x$ . Определить константу  $c$  и подсчитать математическое ожидание и дисперсию.
5. Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и заданы законами распределения

$x_i$	-1	0	1
$p_i$	0,4	0,2	0,4

$y_j$	0	1	2	3
$q_j$	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины  $Z = Y - X$  и математические ожидания и дисперсии величин  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

**Промежуточная аттестация (экзамен)**

**Контрольные вопросы по дисциплине:**

1. Случайные события. Основные понятия алгебры событий.
2. Классическая вероятностная схема. Перестановки, размещения, сочетания.
3. Понятия условной вероятности и независимости событий.
4. Формула полной вероятности и формула Байеса.
5. Аксиоматика теории вероятностей.
6. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Случай нескольких исходов.
7. Теорема Пуассона. Примеры её применения.
8. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
9. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
10. Понятие случайной величины. Функции распределения и их свойства.

11. Понятие плотности для случайной величины с дифференцируемой функцией распределения.
12. Совместные распределения случайных величин. Плотность многомерных распределений.
13. Независимость случайных величин.
14. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математических ожиданий для различных видов случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины.
15. Понятие дисперсии. Свойства дисперсии. Вычисление дисперсии для различных видов случайных величин.
16. Понятие о моментах высших порядков.
17. Корреляция и коэффициент ковариации.
18. Биномиальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
19. Пуассоновский закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
20. Геометрический закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
21. Равномерный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
22. Экспоненциальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
23. Неравенства Чебышева. Закон больших чисел.
24. Предельные теоремы и примеры их применения.
25. Предмет и задачи математической статистики. Выборка, вариационный ряд, эмпирическая функция, гистограмма.
26. Точечные оценки параметров распределений и их характеристики: несмещенность, оптимальность, состоятельность.
27. Выборочное среднее, выборочная дисперсия и их свойства.
28. Метод максимального правдоподобия построения точечных оценок.
29. Оценка максимального правдоподобия для параметра распределения Пуассона.
30. Оценка максимального правдоподобия для параметра показательного распределения.
31. Оценка максимального правдоподобия для параметра нормального распределения.
32. Интервальные оценки параметров распределений: доверительный интервал, уровень значимости, надежность оценки.
33. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
34. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.
35. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при известном и неизвестном математическом ожидании.

***Примерные задания для экзаменационной контрольной работы:***

1. Студент ищет формулу в трех справочниках. Обозначим через  $A_i$  событие, заключающееся в том, что в нужная формула содержится в  $i$ -м справочнике,  $i = 1, 2, 3$ . Выразить через  $A_i$  следующие события:  $A$  - формула содержится только в одном справочнике;  $B$  - формула содержится хотя бы в одном справочнике;  $C$  - формулы нет ни в одном справочнике.
2. В ящике 12 деталей, среди которых 5 бракованных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей 2 качественные.
3. В первой урне содержится 10 шаров, из них 3 белых, во второй – 6 шаров, из них 2 белых. Из первой урны наудачу извлекли 1 шар и переложили во вторую урну. Найти вероятность того, что извлеченный после этого из второй урны шар окажется белым.
4. На заводе, изготавлиющем болты, первая машина производит 25%, вторая 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4% и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный.

5. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет распределение  $F(x) = 0$  при  $x < -\pi/4$ ,  $F(x) = 1$  при  $x > \pi/4$ ,  $F(x) = c(1+\sin 2x)$  при  $-\pi/4 < x < \pi/4$ . Найти константу  $c$ , плотность  $f(x)$ ,  $P(-\pi/4 < X < \pi/2)$ . Подсчитать  $M[X]$  и  $D[X]$ , пользуясь интегрированием по частям.
6. Стрелок попадает в цель при одном выстреле с вероятностью  $3/4$ . Оценить вероятность того, что число попаданий в цель при 1200 выстрелах лежит в пределах между 885 и 930.
7. В ящике содержится 100 карточек, занумерованных числами  $1, 2, \dots, 100$ . Из ящика наудачу 200 раз вынимается карточка и сразу возвращается. Выписать формулу для вероятности того, что карточка с числом 1 появится ровно 3 раза и найти приближенное значение.
8. Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и заданы законами распределения

$x_i$	1	2	3
$p_i$	0,4	0,2	0,4

$y_j$	-1	0	1	2
$q_j$	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины  $Z = X - Y$  и математические ожидания и дисперсии величин  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Список источников и литературы

#### Литература

##### Основная

- Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб.. - М.: Высш. образование, 2006. - 478 с.
- Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб.. - М.: Высш. образование, 2006. - 403 с.
- Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник/ Н. Ш. Кремер. - 2-е изд., перераб. и доп.. - М.: ЮНИТИ, 2006. - 573 с.

##### Дополнительная

- Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения : учеб. пособие для студентов втузов. - 2-е изд., стер.. - М.: Высш. шк., 2000. - 479 с.
- Вентцель Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов втузов. - 3-е изд., стер.. - М.: Высш. шк., 2000. - 363 с.
- Тюрин Ю.Н. Анализ данных на компьютере: учеб. пособие/ Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров. - Изд. 4-е, перераб.. - М.: Форум, 2013. - 366 с.
- Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. - Изд. 6-е, испр.. - СПб.: Лань, 2003. - 269 с.

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Бояршинов Б.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/ptams/>
- Горяинова Е.Р. Основы математической статистики. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/economics/basicstat/>



3. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
4. Официальный портал проекта R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.r-project.org/>
5. Сетевые архивы системы R (CRAN). [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://cran.r-project.org/>
6. R — объектно-ориентированная статистическая среда [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://herba.msu.ru/shipunov/software/r/r-ru.htm>
7. Язык программирования и вычислительная среда R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://r-statistics.livejournal.com/>

### 6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

### Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
2	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
3	Язык программирования R	R сообщество	свободно распространяемое
4	Платформа ZOOM	ZOOM	лицензионное

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;

- акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы практических занятий

#### Тема 1. Случайные события.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Построить модель вероятностного эксперимента — по цели стреляли до первого попадания (вероятность попадания при каждом выстреле 0.3). Эксперимент выполнить 1000 раз, создать таблицу данных с результатами и сохранить в файле.
2. Найти число способов выбрать четырёх исполнителей из 17 кандидатов.
3. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 7 цифр. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что в нем все цифры различные. Известно, что номер телефона не начинается с цифр ноль и восемь.
4. Найти с точностью до 0.01 вероятность того, что уравнение  $x^2+bx+c=0$  имеет действительные корни, если его коэффициенты произвольные действительные числа,  $b \in [-2; 2]$ ,  $c \in [0; 1]$ .
5. Найти с точностью до 0.001 статистическую вероятность того, что при однократном подбрасывании трёх игральных кубиков сумма очков будет равна 10, 11 или 12.
6. Из колоды в 36 карт наугад извлекли одну карту. Проверить независимость событий: А – карта, которую извлекли из колоды, оказалась красной масти; В – карта оказалась тузом.
7. Произведено три выстрела по цели из орудия. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0.2; при втором — 0.4; при третьем — 0.5. Найти вероятность того, что будет хотя бы одно попадание.
8. Изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 6:9:5. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 95%, второй — 80%, третьей — 85%. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что приобретенное нестандартное изделие изготовлено третьей фирмой.
9. В среднем по 9% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Используя формулу Бернулли, найти с точностью до 0.001 вероятность того, что из десяти договоров будет связано с выплатой страховой суммы менее трёх договоров.
10. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что относительная частота рождения мальчиков для тысячи новорождённых отличается от “истинной” вероятности рождения мальчика, которая равна 0.517, менее чем на 0.01.

Упражнения из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 1.37, 1.43, 1.45, 1.53, 1.55, 1.59, 1.63, 1.67, 1.73, 1.75, 2.13, 2.16, 2.20, 2.21, 2.34.

#### Контрольные вопросы:

1. Моделирование вероятностного эксперимента.
2. Генерирование псевдослучайных чисел.
3. Перестановки, размещения, сочетания.
4. Классическая вероятностная схема.
5. Геометрическое определение вероятности случайного события.

6. Статистический подход к вычислению вероятности.
7. Условная вероятность и независимость событий.
8. Формула полной вероятности и формула Байеса.
9. Повторные независимые испытания и формула Бернулли.

### Список литературы:

#### Основная литература

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб.. - М.: Высш. образование, 2006. - 478 с.
2. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник/ Н. Ш. Кремер. - 2-е изд., перераб. и доп.. - М.: ЮНИТИ, 2006. - 573 с.

### Тема 2. Случайные величины.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Задан закон распределения дискретной случайной величины  $X$

$x_k$	-3	-1	2	5
$p_k$	0.2	0.4	0.3	0.1

- Найти с точностью до 0.001 числовые характеристики этой случайной величины: математическое ожидание  $MX$ , дисперсию  $DX$ , среднее квадратическое отклонение  $SDX$ , моду  $M_0$ , начальные  $\alpha[i]$  и центральные  $\mu[i]$  моменты до 4 порядка включительно ( $i=1,2,3,4$ ), асимметрию  $A_s$ , эксцесс  $E$ .
2. Функция распределения случайной величины имеет вид  $F(x)=1/(1+\exp(-x))$ . Найти с точностью до 0.001 вероятности событий:  $A$  — эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[-3; 1]$ ;  $B$  — эта случайная величина принимает значения, большие 2;  $C$  — эта случайная величина принимает значения, меньшие 1. Найти с точностью до 0.001 числовые характеристики этой случайной величины: математическое ожидание  $MX$ , дисперсию  $DX$ , среднее квадратическое отклонение  $SDX$ , начальные  $\alpha[i]$  и центральные  $\mu[i]$  моменты до 4 порядка включительно ( $i=1,2,3,4$ ), асимметрию  $A_s$ , эксцесс  $E$ . Найти вероятность того, что эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[MX-3*SDX; MX+3*SDX]$ .
  3. Функция распределения случайной величины имеет вид  $F(x)=1/(1+\exp(-x))$ . Найти с точностью до 0.001 квантиль  $q$  уровня 0.8 этой случайной величины.
  4. Для независимых случайных величин  $X$  и  $Y$  известны математические ожидания  $MX = 7$  и  $MY = -3$  и дисперсии  $DX = 0.6$  и  $DY = 2$ . Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Z = 4X - 5Y$ .
  5. Задан закон распределения двумерной дискретной случайной величины  $(X, Y)$

	$y_1 = -2$	$y_2 = 0$	$y_3 = 1$	$y_4 = 4$
$x_1 = -3$	0.27	0.04	0.08	0.02
$x_2 = 1$	0.03	0.12	0.03	0.07
$x_3 = 2$	0.09	0.13	0.06	0.06

Найти законы распределения компонент и числовые характеристики случайного вектора. Найти вероятности:  $p_1=P(Y=1)$ ;  $p_2=P(Y<X)$ ;  $p_3=P(X+Y=1)$ ;  $p_4=P(X-Y=-3)$ ;  $p_5=P(X \cdot Y=-4)$ .

Упражнения из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 3.26, 3.27, 3.31, 3.34, 3.40, 3.42, 3.49, 3.52, 3.61, 3.63.

**Контрольные вопросы:**

1. Функция распределения случайной величины.
2. Плотность вероятности непрерывной случайной величины.
3. Математическое ожидание случайной величины.
4. Дисперсия случайной величины.
5. Мода случайной величины.
6. Квантили случайной величины.
7. Теоретические моменты случайной величины.
8. Асимметрия случайной величины.
9. Эксцесс случайной величины.
10. Характеристики двумерного дискретного случайного вектора.

**Тема 3. Основные законы распределения.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

1. Случайная величина имеет биномиальный закон распределения с параметрами  $n=17$  и  $p=0.23$ . Найти математическое ожидание этой случайной величины.
2. Случайная величина распределена по закону Пуассона с параметром  $\lambda=3$ . Найти с точностью до 0.01 среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.
3. Случайная величина имеет показательный закон распределения. Известно, что её математическое ожидание равно 5. Найти с точностью до 0.01 вероятность того, что эта случайная величина принимает значение на отрезке  $[3; 6]$ .
4. Случайная величина имеет нормальный закон распределения. Известно, что её математическое ожидание равно 4, а среднее квадратическое отклонение равно 3. Найти с точностью до 0.01 квантиль уровня 0.05 этой случайной величины.
5. Генерировать выборки с объёмом 1000 элементов каждая из генеральных совокупностей с законами распределения: 1) биномиальный с параметрами  $size = 200$ ,  $prob = 0.04$ ; 2) закон Пуассона с параметром  $lambda = 8.1$ ; 3) показательный с параметром  $rate = 2.5$ ; 4) нормальный закон с параметрами  $mean = 7$ ,  $sd = 4$ ; 5) равномерный с параметрами  $min = 2$ ,  $max = 5$ . Все выборки записать в один фрейм данных и сохранить его в файле.

Упражнения из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 4.11, 4.14, 4.15, 4.18, 4.20, 4.21, 4.26.

**Контрольные вопросы:**

4. Биномиальное распределение.
5. Распределение Пуассона.
6. Геометрическое распределение.
7. Гипергеометрическое распределение.
8. Равномерное распределение.
9. Экспоненциальное (показательное) распределение.
10. Нормальное распределение.
11. Хи-квадрат распределение.
12. Распределение Стьюдента.
13. Распределение Фишера.
14. Логарифмически нормальное распределение.
15. Создание выборки с заданным законом распределения.

#### Тема 4. Предельные теоремы теории вероятностей.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Известно, что в среднем система искусственного интеллекта неверно распознаёт 4% символов, которые подаются на её вход. Используя теорему Пуассона или теоремы Муавра-Лапласа, найти с точностью до 0.01 вероятности следующих событий: А — из ста входных символов неверно будет распознано системой не более 7 символов; В — из тысячи входных символов неверно будет распознано системой от 30 до 50 символов (включительно); С — из тысячи входных символов неверно будет распознано более 45 символов.
2. Электростанция обслуживает сеть 1900 электроламп, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0.8. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число ламп, включенных в сеть вечером, отличается от своего математического ожидания не более чем на 30 (по абсолютной величине). Найти вероятность того же события, используя интегральную теорему Муавра-Лапласа.
3. В среднем 10% работоспособного населения некоторого региона — безработные. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 8000 работоспособных жителей города будет в пределах от 9 до 11%.
4. Опыт страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый двадцатый договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0.9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0.05 не более чем на 0.01 (по абсолютной величине). Уточнить ответ с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
5. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 70% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью, не меньшей 0.9, ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от математического ожидания не превышало 50 (по абсолютной величине)?

Упражнения из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 6.10, 6.12, 6.15, 6.17, 6.22.

##### Контрольные вопросы:

1. Неравенство Чебышева.
2. Закон больших чисел.
3. Теорема Бернулли.
4. Теорема Пуассона.
5. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
6. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
7. Центральная предельная теорема.

#### Тема 5. Оценки параметров распределений.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### Примерные задачи для решения в аудитории:

1. По данной выборке для указанной переменной найти объём выборки, количество пропущенных значений, наименьшее и наибольшее выборочные значения, построить таблицу частот.

2. По данной выборке для указанной переменной найти среднее арифметическое, моду и медиану.
3. По данной выборке для указанной переменной найти выборочную дисперсию, среднее квадратическое отклонение и квантили.
4. По данной выборке для указанной переменной найти выборочную асимметрию и эксцесс.
5. По данной выборке для указанной пары случайных величин найти точечную оценку коэффициента корреляции Пирсона.
6. По данной выборке для указанной пары случайных величин найти точечные оценки коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла.
7. По данной выборке для указанной переменной построить гистограмму частот и гистограмму относительных частот.
8. По данной выборке для указанной переменной найти эмпирическую функцию распределения и эмпирическую плотность вероятности. Построить графики этих функций.
9. По данной выборке для указанной переменной построить диаграмму boxplot.
10. По данной выборке для указанной пары переменных построить диаграмму рассеяния с регрессионной прямой.
11. По данной выборке найти доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности с надежностью 0.99.
12. По данной выборке найти доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли с надежностью 0.99.
13. По данной выборке найти доверительный интервал для параметра распределения Пуассона с надежностью 0.99.
14. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Пирсона с надежностью 0.99.
15. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Кендалла с надежностью 0.99.

Задачи из руководства В.Е. Гмурмана (основная литература): 451, 459, 462, 472, 474, 476, 484, 485, 490, 491, 494, 502, 515, 517, 521.

#### **Контрольные вопросы:**

1. Разведочный анализ данных.
2. Вычисление выборочных характеристик.
3. Таблицы частот.
4. Гистограммы.
5. Диаграммы boxplot.
6. Диаграммы рассеяния.
7. Эмпирическая функция распределения.
8. Эмпирическая плотность вероятности.
9. Точечное оценивание параметров распределений.
10. Интервальное оценивание параметров распределений.

#### **Тема 6. Проверка статистических гипотез.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

1. Сгенерировать выборку из 500 случайных чисел, имеющих биномиальный закон распределения с параметрами  $n=700$ ,  $p=0.04$ . С помощью критерия Шапиро-Уилка проверить статистическую гипотезу о том, что закон распределения генеральной совокупности не отличается от нормального закона распределения.
  2. По данной выборке с помощью критерия Колмогорова-Смирнова проверить статистическую гипотезу о том, что указанная переменная имеет закон распределения, который статистически значимо не отличается от нормального закона распределения.
  3. Сгенерировать две выборки: одну выборку из 200 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами  $\mu=16$ ,  $\sigma=5$ , другую выборку из 300 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами  $\mu=27$ ,  $\sigma=6$ . С помощью критерия Фишера проверить статистическую гипотезу о том, что отношение дисперсий двух случайных величин равно 1.
  4. По данной выборке с помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о том, что математическое ожидание указанной переменной равно 27.
  5. По данной выборке с помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о том, что в двух группах математические ожидания указанной переменной равны.
  6. По данной выборке с помощью критерия Уилкоксона проверить гипотезу о том, что положение указанной переменной равно 27.
  7. По данной выборке с помощью критерия Уилкоксона проверить гипотезу о том, что в двух группах уровни указанной переменной равны.
  8. Среди случайно взятых 10000 новорождённых оказалось 5143 мальчика. С помощью теста пропорций проверить статистическую гипотезу о том, что вероятность рождения мальчика равна 0.5.
  9. По данной выборке с помощью теста пропорций проверить статистическую гипотезу о том, что в двух группах вероятности указанного события равны.
  10. По данной выборке проверить статистическую гипотезу о том, что для указанной пары случайных величин коэффициент корреляции Пирсона равен нулю.
  11. По данной выборке проверить статистическую гипотезу о том, что для указанной пары случайных величин коэффициент корреляции Спирмена равен нулю.
  12. По данной выборке с помощью хи-квадрат критерия Пирсона проверить статистическую гипотезу о том, что две указанные случайные величины независимы.
- Задачи из руководства В.Е. Гмурмана (основная литература): 556, 560, 567, 570, 574, 581, 606, 610, 617, 623, 627, 635.

**Контрольные вопросы:**

1. Применение статистического критерия Шапиро-Уилка.
2. Применение статистического критерия Колмогорова-Смирнова.
3. Применение статистического критерия Фишера.
4. Применение статистического критерия Стьюдента.
5. Применение статистического критерия Уилкоксона.
6. Применение теста пропорций.
7. Применение хи-квадрат критерия Пирсона.



## АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование базовых представлений о теории вероятностей и математической статистике под углом зрения их практического приложения в различных областях научных исследований и инженерной практики. Задачи: на примере комбинаторной теории вероятностей перейти к общим понятиям теории вероятностей и математической статистики, сформулировать основные теоремы, необходимые для понимания смежных дисциплин и практической деятельности.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-1 - способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
- ОПК-6 - способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* случайные события и случайные величины, законы распределения; закон больших чисел, методы статистического анализа

*Уметь:* вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функции распределения случайных величин, определять числовые характеристики случайных величин; обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез

*Владеть:* вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных и статистических задач.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы.